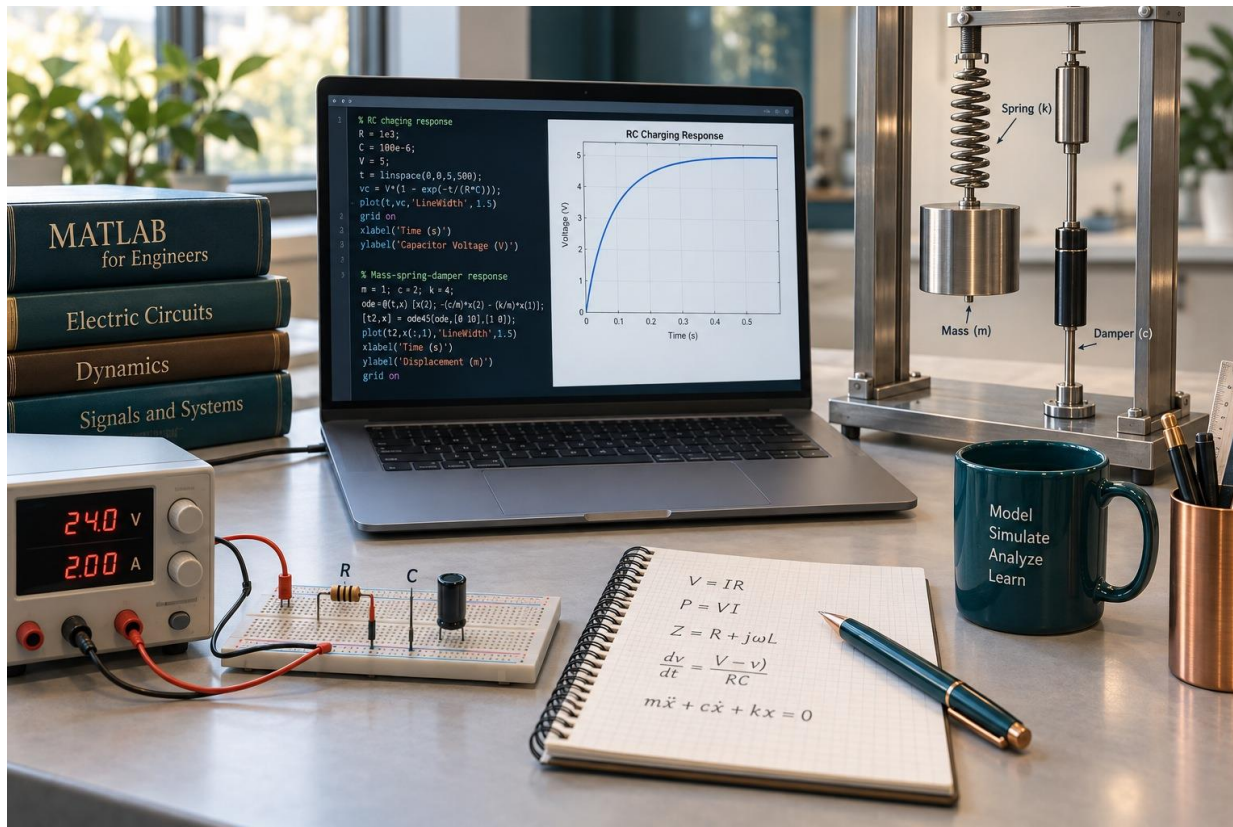


برنامه‌نویسی متلب

ویژه مهندسی برق و مکانیک

مثال‌های کامل و پاسخ تمرین‌ها

محمدرضا خیری



تصویر مفهومی آموزشی

سرفصل‌های دوره

1. محیط کار و محاسبات پایه
2. آرایه و جبر خطی
3. منطق و توابع
4. داده و نمایش نتیجه
5. روش‌های عددی
6. پروژه و کیفیت کد

محیط کار و محاسبات پایه

فصل 1

مدل، مثال و پاسخ تشریحی



تصویر مفهومی آموزشی

مسیر دوره و پیش‌نیازها

این دوره از متغیر و آرایه آغاز می‌شود و به مدل‌سازی عددی و آزمون کد می‌رسد. پیش‌نیاز ریاضی: جبر دبیرستان و آشنایی اولیه با مشتق و انتگرال. برای مثال‌های اصلی، MATLAB پایه کافی است. نیاز به جعبه‌ابزار در هر مثال مشخص می‌شود.

Editor و Workspace، Command Window

Command Window برای اجرای سریع یک دستور است.
Workspace مقدار، ابعاد و نوع متغیرها را نشان می‌دهد.
Editor محل ذخیره برنامه در فایل `.m` است. فایل باید روی مسیر جاری یا مسیر جست‌وجوی MATLAB باشد.

واحدها و نمایش اعداد

برای محاسبات مهندسی، واحد هر ورودی را پیش از نوشتن کد مشخص کنید.
در این دوره، SI مناسب است: ولت، آمپر، اهم، متر، ثانیه و نیوتن.
format فقط نمایش عدد را تغییر می‌دهد. مقدار ذخیره‌شده با انتخاب format short یا long عوض نمی‌شود.

نام‌گذاری و نوع متغیر

نام متغیر را با حرف شروع کنید و آن را با نام تابع داخلی یکسان نگذارید.
class نوع و size ابعاد را گزارش می‌کنند whos . فهرست متغیرهای موجود را نشان می‌دهد.
برای مقادیر فیزیکی، نامی مانند voltage_V یا time_s خواندن واحد را آسان می‌کند.

قانون اهم و توان

مقاومت ۱۲ اهم به منبع ۲۴ ولت متصل است. جریان و توان را محاسبه کنید.

```
V = 24; R = 12;  
i = V/R;  
P = V*i;  
fprintf('I = %.2f A\nP = %.2f W\n',i,P);  
assert(i == 2 && P == 48);
```

پاسخ قانون اهم و توان

$$I = 2.00 \text{ A}$$

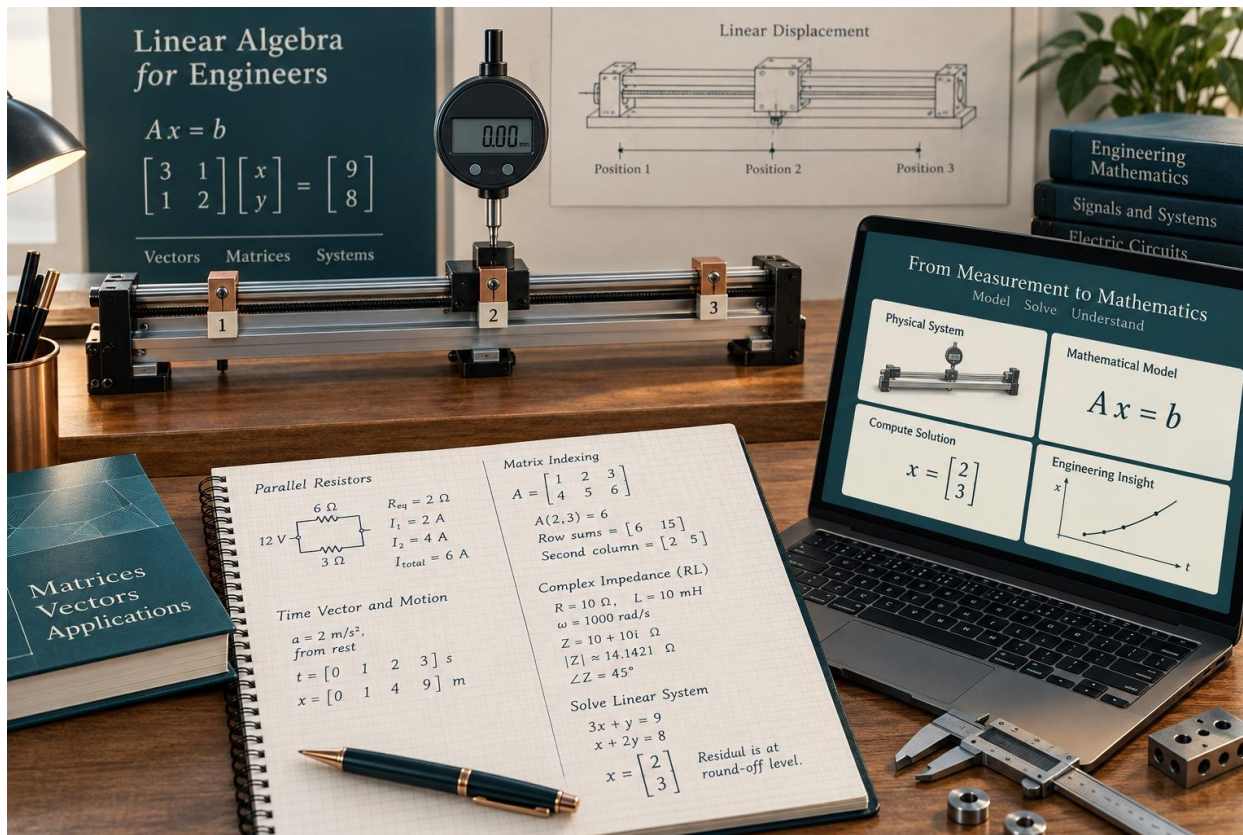
$$P = 48.00 \text{ W}$$

تقسیم ولتاژ بر مقاومت، جریان را می‌دهد. توان از حاصل ضرب ولتاژ و جریان به دست می‌آید. علامت = انتساب است.

آرایه و جبر خطی

فصل 2

مدل، مثال و پاسخ تشریحی



تصویر مفهومی آموزشی

بردار سطری و ستونی

[1 2 3] یک بردار سطری است [1;2;3] . بردار ستونی می‌سازد.
برای ضرب ماتریسی، تعداد ستون‌های عامل اول با تعداد سطرهای عامل دوم برابر است.
transpose با عملگر نقطه و کوتیشن، ترانهاده بدون مزدوج را می‌سازد؛ کوتیشن تنها، برای داده مختلط مزدوج هم می‌کند.

اندیس‌گذاری منطقی و ابعاد

ماسک منطقی، اعضای را انتخاب می‌کند که شرط را برقرار می‌کنند.
numel تعداد همه اعضا را می‌دهد و size ابعاد هر راستا را گزارش می‌کند.
پیش از انتساب به یک بخش آرایه، سازگاری ابعاد سمت راست و بخش انتخاب‌شده را بررسی کنید.

مقاومت‌های موازی

دو مقاومت ۶ و ۳ اهم موازی‌اند. مقاومت معادل و جریان منبع ۱۲ ولت را پیدا کنید.

```
R = [6 3];  
Req = 1/sum(1./R);  
Ibranch = 12./R;  
Itotal = sum(Ibranch);  
disp(Req); disp(Ibranch); disp(Itotal);  
assert(abs(Req-2) < 1e-12);
```

پاسخ مقاومت‌های موازی

مقاومت معادل: ۲ اهم
جریان شاخه‌ها: ۲ و ۴ آمپر
جریان کل: ۶ آمپر

/. تقسیم عضو به عضو است. نوشتن $1/R$ به جای $1./R$ معنای جبر خطی متفاوتی دارد.

بردار زمان و حرکت

حرکت با شتاب ۲ متر بر مجذور ثانیه از سکون شروع می‌شود. مکان در زمان‌های ۰ تا ۳ ثانیه را حساب کنید.

```
t = 0:1:3;  
a = 2; x0 = 0; v0 = 0;  
x = x0 + v0*t + 0.5*a*t.^2;  
disp(x);  
assert(isequal(x,[0 1 4 9]));
```

پاسخ بردار زمان و حرکت

$$x = [0 \ 1 \ 4 \ 9] \text{ m}$$

^. توان عضو به عضو است. هر عضو زمان، یک نمونه از مسیر حرکت را می‌سازد.

اندیس گذاری ماتریس

عنصر سطر دوم، ستون سوم و مجموع هر سطر ماتریس را پیدا کنید.

```
A = [1 2 3; 4 5 6];  
value = A(2,3);  
rowsum = sum(A,2);  
column = A(:,2);  
disp(value); disp(rowsum); disp(column);  
assert(value == 6);
```

پاسخ اندیس گذاری ماتریس

عنصر: ۶

مجموع سطرها [6; 15] :

ستون دوم [2; 5] :

اندیس MATLAB از یک شروع می شود. دو نقطه در $A(:, 2)$ همه سطرها را انتخاب می کند.

امپدانس مختلط مدار RL

در فرکانس زاویه‌ای ۱۰۰۰ رادیان بر ثانیه، $R=10$ اهم و $L=10$ میلی‌هائری است. دامنه و فاز امپدانس را بیابید.

```
R = 10; L = 0.01; w = 1000;  
Z = R + 1i*w*L;  
magZ = abs(Z);  
phaseDeg = angle(Z)*180/pi;  
disp(Z); disp([magZ phaseDeg]);
```

پاسخ امپدانس مختلط مدار RL

$$Z = 10 + 10i \text{ ohm}$$

$$\approx 14.1421 \text{ ohm دامنه}$$

$$= 45 \text{ deg فاز}$$

1i را برای واحد موهومی به کار می‌بریم تا مقدار احتمالی متغیر i محاسبه را خراب نکند $\angle$. پاسخ را به رادیان می‌دهد.

حل دستگاه خطی

دستگاه $3x+y=9$ و $x+2y=8$ را بدون محاسبه معکوس صریح حل کنید.

```
A = [3 1; 1 2]; b = [9; 8];  
x = A\b;  
residual = norm(A*x-b);  
disp(x); disp(residual);  
assert(residual < 1e-12);
```

پاسخ حل دستگاه خطی

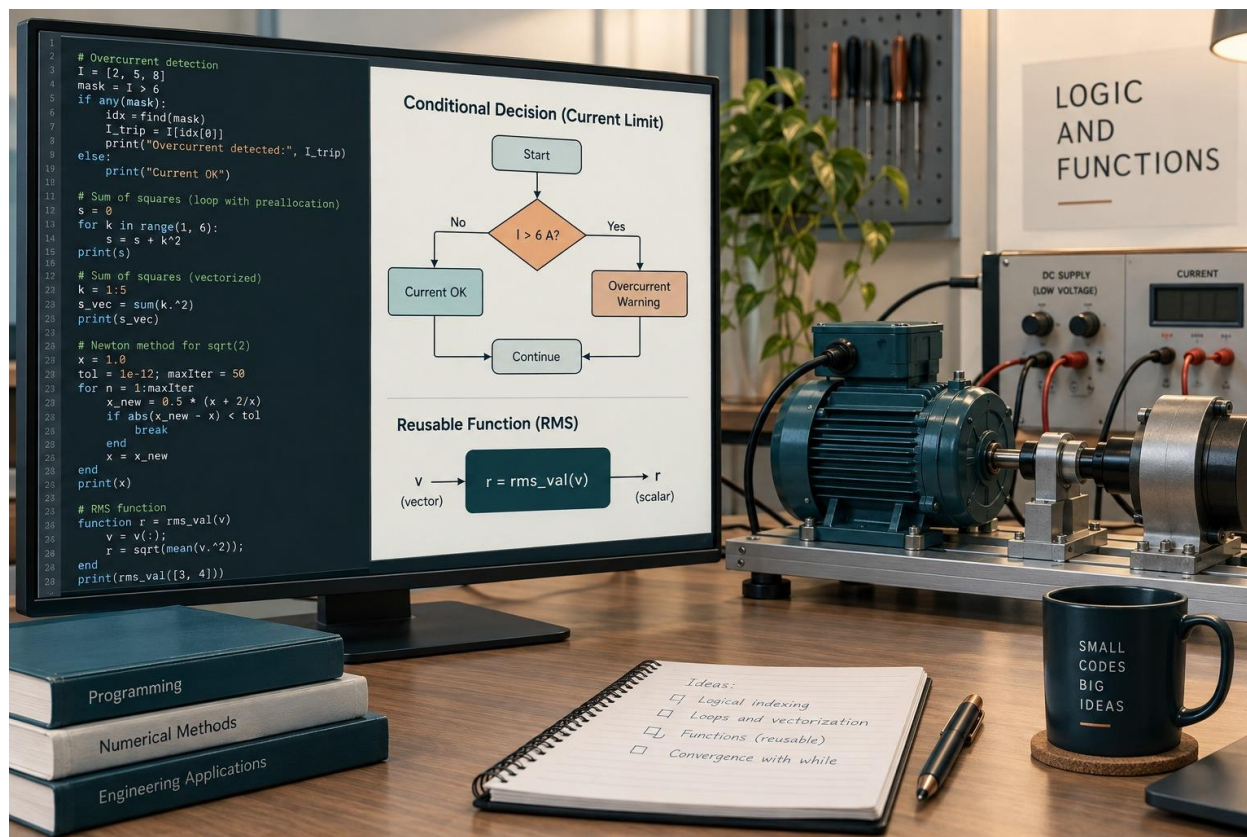
$x = [2; 3]$
باقیمانده در حد خطای گرد کردن است.

عملگر \ دستگاه را حل می کند $\text{norm}(A*x-b)$. میزان سازگاری جواب با معادلات را بررسی می کند.

منطق و توابع

فصل 3

مدل، مثال و پاسخ تشریحی



تصویر مفهومی آموزشی

محمد رضا خیری

اسکریپت، تابع و دامنه متغیر

اسکریپت با متغیرهای فضای فراخواننده کار می‌کند.
تابع ورودی و خروجی مشخص دارد و متغیرهای محلی ایجاد می‌کند.
نام فایل تابع اصلی با نام همان تابع یکسان است. وابستگی به متغیر پنهان، بازاستفاده و آزمون را دشوار می‌کند.

شرط، حلقه و پایان بلوک

if انتخاب مسیر را انجام می‌دهد، for روی شمارش یا مجموعه حرکت می‌کند و while تا برقراری شرط تکرار می‌شود.
هر بلوک با end پایان می‌یابد.
در حلقه همگرایی، هم شرط خطا و هم سقف تکرار لازم است.

تشخیص اضافه‌جریان

نمونه‌های جریان [2, 5, 8] آمپر هستند. بیش از ۶ آمپر را مشخص کنید و هشدار مناسب چاپ کنید.

```
current = [2 5 8]; limit = 6;  
over = current > limit;  
if any(over)  
    disp('Overcurrent detected');  
else  
    disp('Current within limit');  
end  
disp(current(over));
```

پاسخ تشخیص اضافه جریان

ماسک منطقی $[0, 0, 1]$:
خروجی هشدار و مقدار ۸ آمپر

if یک شرط اسکالر می خواهد any . ماسک چند نمونه ای را به تصمیم درباره وجود اضافه جریان تبدیل می کند.

حلقه و پیش‌اختصاص

مجموع مربع اعداد ۱ تا ۵ را با حلقه و روش برداری محاسبه کنید.

```
values = zeros(1,5);  
for k = 1:5  
    values(k) = k^2;  
end  
total1 = sum(values);  
total2 = sum((1:5).^2);  
disp([total1 total2]);  
assert(total1 == 55 && total2 == 55);
```

پاسخ حلقه و پیش‌اختصاص

هر دو روش: ۵۵

پیش‌اختصاص از بزرگ شدن تدریجی آرایه جلوگیری می‌کند. روش برداری در این مسئله کوتاه‌تر است، اما حلقه روشن هم ابزار معتبر برنامه‌نویسی است.

همگرایی با while

عدد مثبت را با روش نیوتن به ریشه دوم ۲ نزدیک کنید. شرط توقف و سقف تکرار داشته باشید.

```
x = 1; err = Inf; count = 0;
while err > 1e-10 && count < 50
    next = 0.5*(x + 2/x);
    err = abs(next-x);
    x = next; count = count+1;
end
disp(x); disp(count);
assert(abs(x-sqrt(2)) < 1e-10);
```

پاسخ همگرایی با while

$$x \approx 1.41421356237$$

از $x=1$ ، شرط تغییر مقدار پس از ۵ تکرار برقرار می‌شود.

ترکیب شرط خطا و سقف تکرار از حلقه بی‌پایان جلوگیری می‌کند. شرط تغییر کوچک با بررسی باقیمانده معادله کامل‌تر می‌شود.

تابعی برای RMS بنویسید و آن را روی [3,4] آزمایش کنید. ورودی بردار سطری یا ستونی را بپذیرد.

```
% Save as rms_basic.m
function r = rms_basic(x)
    validateattributes(x,{'numeric'}, ...
        {'vector','nonempty','finite'});
    r = sqrt(mean(abs(x(:)).^2));
end
% Call in Command Window:
% r = rms_basic([3 4]);
```

پاسخ تابع RMS

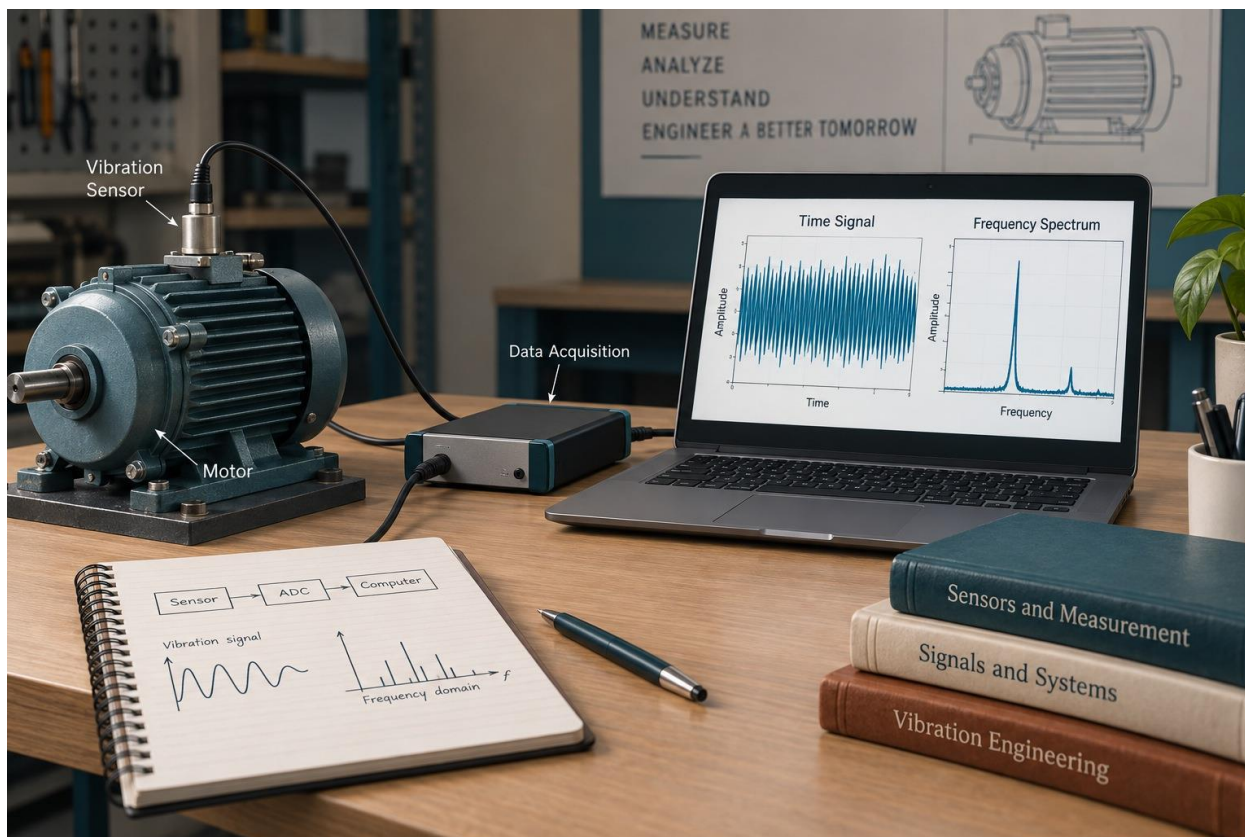
$$r \approx 3.535533906$$

$x(:)$ شکل ورودی را به بردار ستونی یکسان تبدیل می‌کند `abs` . باعث می‌شود تعریف برای ورودی مختلط نیز درست بماند.

داده و نمایش نتیجه

فصل 4

مدل، مثال و پاسخ تشریحی



تصویر مفهومی آموزشی

ساختار داده حسگر

برای یک حسگر ارتعاش، نام، نرخ نمونه‌برداری و نمونه‌ها را در یک ساختار نگه دارید و طول ثبت را محاسبه کنید.

```
sensor.name = 'Motor_A';  
sensor.fs = 1000;  
sensor.samples = zeros(1,2500);  
duration = numel(sensor.samples)/sensor.fs;  
disp(sensor.name); disp(duration);
```

پاسخ ساختار داده حسگر

نام_Motor :

مدت ثبت 2.5 : ثانیه

مدت N/f_s طول پنجره ثبت است. فاصله زمانی اولین تا آخرین نمونه، برای شبکه یکنواخت برابر $(N-1)/f_s$ است.

جدول و فایل csv

دو نمونه زمان و ولتاژ را ذخیره کنید، دوباره بخوانید و میانگین ولتاژ را حساب کنید.

```
T = table([0;1],[2;4], ...  
          'VariableNames',{'Time_s','Voltage_V'});  
writetable(T,'samples.csv');  
U = readtable('samples.csv');  
meanVoltage = mean(U.Voltage_V);  
disp(meanVoltage);  
assert(height(U) == 2);
```

پاسخ جدول و فایل csv

میانگین: ۳ ولت
فایل samples.csv شامل دو سطر داده است.

نام ستون‌ها واحد را روشن می‌کند. مسیر ذخیره، پوشه جاری است؛ برنامه واقعی باید مسیر و مجوز نوشتن را مشخص کند.

نمودار شارژ خازن

برای مدار RC با $R=1$ کیلو اهم، $C=100$ میکروفاراد و ورودی ۵ ولت، ولتاژ خازن را رسم کنید.

```
R = 1000; C = 100e-6; Vin = 5;
tau = R*C;
t = linspace(0,5*tau,501);
v = Vin*(1-exp(-t/tau));
plot(t,v,'LineWidth',1.5); grid on;
xlabel('Time (s)'); ylabel('Voltage (V)');
fprintf('v(tau) = %.6f V\n',Vin*(1-exp(-1)));
```

پاسخ نمودار شارژ خازن

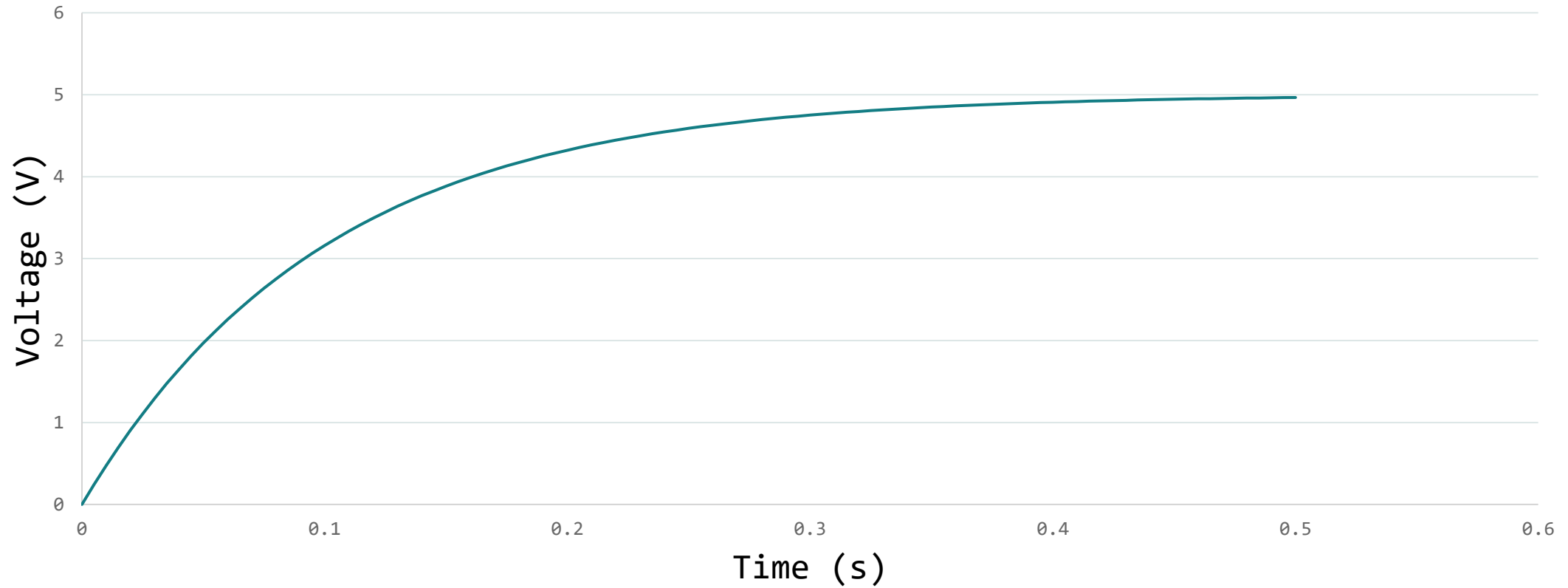
ثابت زمانی 0.1 : ثانیه

$$v(\tau) \approx 3.160603 \text{ V}$$

$$v(5\tau) \approx 4.966310 \text{ V}$$

محورها باید واحد داشته باشند. شکل نمایی از مدل مرتبه اول و شرط اولیه صفر به دست می‌آید.

پاسخ تحلیلی مرجع



این نمودار از رابطه تحلیلی مثال ساخته شده است.

طیف سیگنال نمونه برداری شده

فرکانس یک سینوس ۵۰ هرتز را از ۱۰۰۰ نمونه با $f_s=1000$ هرتز پیدا کنید.

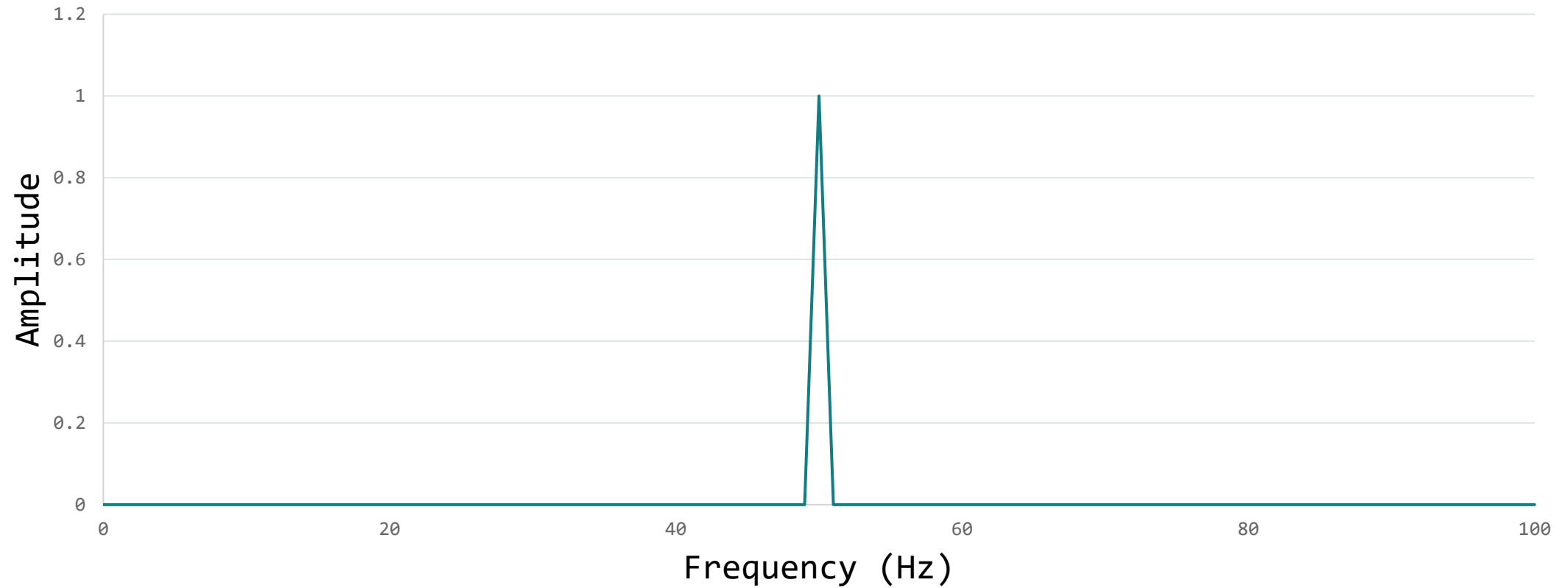
```
fs = 1000; N = 1000;  
t = (0:N-1)/fs;  
x = sin(2*pi*50*t);  
Y = fft(x);  
A = abs(Y(1:N/2+1))/N;  
A(2:end-1) = 2*A(2:end-1);  
f = (0:N/2)*fs/N;  
[peak,index] = max(A);  
disp([f(index) peak]);
```

پاسخ طیف سیگنال نمونه برداری شده

قله در ۵۰ هرتز
دامنه طیف یک طرفه ≈ 1

دقت شبکه فرکانسی f_s/N است. دو برابر کردن فقط برای خانه های داخلی طیف یک طرفه انجام می شود، نه DC و نایکوئیست.

پاسخ تحلیلی مرجع

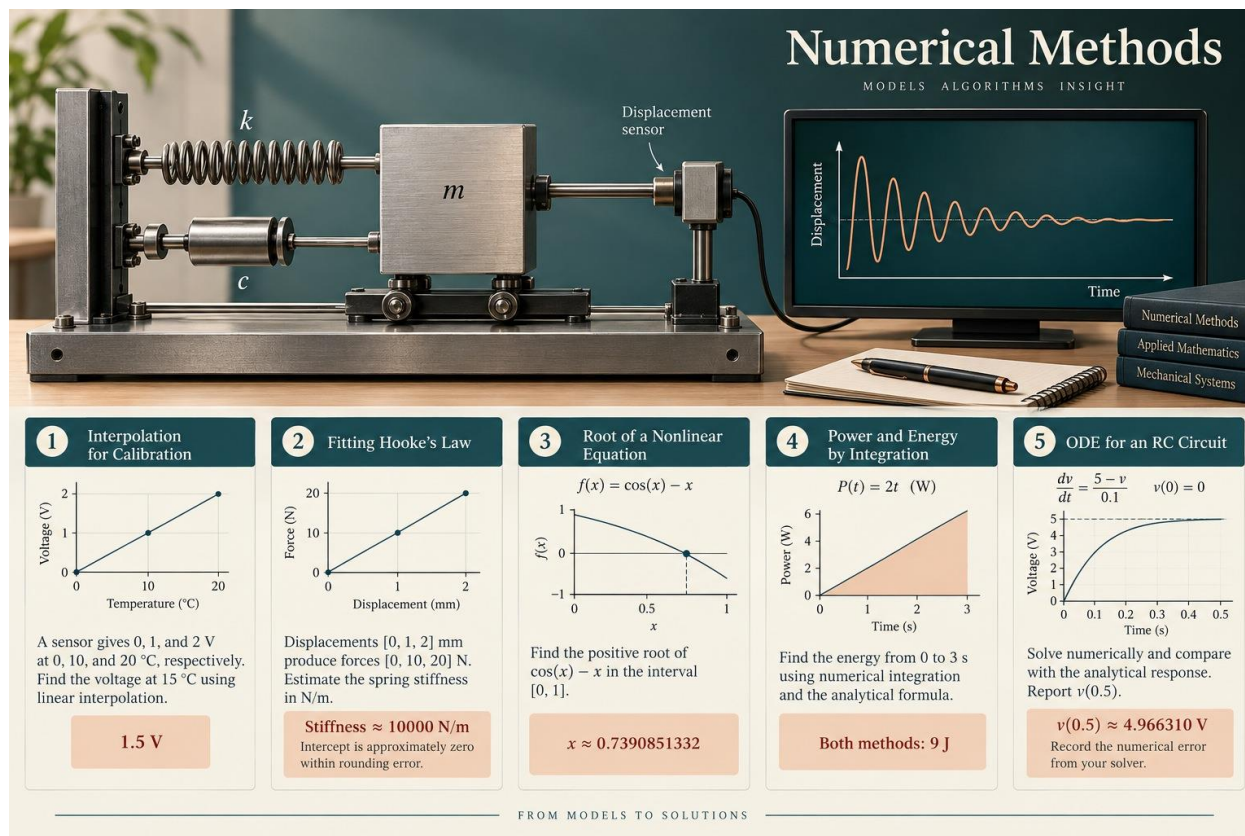


این نمودار از رابطه تحلیلی مثال ساخته شده است.

روش‌های عددی

فصل 5

مدل، مثال و پاسخ تشریحی



تصویر مفهومی آموزشی

اعتماد به حل عددی

ابتدا مرجع تحلیلی یا یک حالت مرزی معلوم بسازید.
باقیمانده معادله و واحد خروجی را بررسی کنید.
همگرایی با تغییر تلرانس یا شبکه زمان به اعتبار عددی کمک می‌کند، اما درستی مدل فیزیکی را جدا باید
بررسی کرد.

درون یابی کالیبراسیون

حسگر در ۰، ۱۰ و ۲۰ درجه به ترتیب ۰، ۱ و ۲ ولت می دهد. ولتاژ در ۱۵ درجه را با درون یابی خطی بیابید.

```
temperature = [0 10 20];  
voltage = [0 1 2];  
estimate = interp1(temperature,voltage,15,'linear');  
disp(estimate);  
assert(abs(estimate-1.5) < 1e-12);
```

پاسخ درونیابی کالیراسیون

1.5 ولت

درونیابی میان داده‌هاست. برون‌یابی بیرون بازه به فرض اضافی درباره رفتار حسگر نیاز دارد.

برازش قانون هوک

جابجایی‌های $[0, 1, 2]$ میلی‌متر، نیروهای $[0, 10, 20]$ نیوتن داده‌اند. سختی فنر را برحسب N/m برآورد کنید.

```
x = [0 1 2]*1e-3;  
F = [0 10 20];  
p = polyfit(x,F,1);  
k = p(1); offset = p(2);  
disp([k offset]);  
assert(abs(k-10000) < 1e-8);
```

پاسخ برازش قانون هوک

سختی $\approx 10000 \text{ N/m}$
عرض از مبدأ در حد خطای گرد کردن صفر است.

تبدیل میلی‌متر به متر پیش از برازش ضروری است. شیب بدون واحدگذاری درست، تفسیر فیزیکی نادرست می‌دهد.

ریشه معادله غیرخطی

ریشه مثبت $\cos(x) - x$ را در بازه صفر تا یک پیدا کنید.

```
fun = @(x) cos(x)-x;  
root = fzero(fun,[0 1]);  
residual = abs(fun(root));  
disp(root); disp(residual);  
assert(residual < 1e-10);
```

پاسخ ریشه معادله غیرخطی

$$x \approx 0.7390851332$$

تابع ناشناس، رابطه را به حل کننده می دهد. تغییر علامت در بازه برای این مثال وجود دارد. کوچک بودن باقیمانده باید جدا بررسی شود.

انتگرال توان و انرژی

توان $P(t)=2t$ وات است. انرژی از صفر تا سه ثانیه را با انتگرال عددی و فرمول تحلیلی بیابید.

```
P = @(t) 2*t;  
E = integral(P,0,3);  
reference = 3^2;  
disp([E reference]);  
assert(abs(E-reference) < 1e-10);
```

پاسخ انتگرال توان و انرژی

هر دو روش: ۹ ژول

انتگرال توان نسبت به زمان، انرژی را می‌دهد. این مثال مرجع تحلیلی دارد و برای آزمون مسیر عددی مناسب است.

معادله دیفرانسیل RC

معادله $dv/dt=(5-v)/0.1$ را با ولتاژ اولیه صفر حل و با پاسخ تحلیلی مقایسه کنید.

```
tau = 0.1; Vin = 5;
rhs = @(t,v) (Vin-v)/tau;
opts = odeset('RelTol',1e-8,'AbsTol',1e-10);
[t,v] = ode45(rhs,[0 0.5],0,opts);
ref = Vin*(1-exp(-t/tau));
maxError = max(abs(v-ref));
plot(t,v,t,ref,'--'); grid on;
disp(maxError);
```

پاسخ معادله دیفرانسیل RC

$$v(0.5) \approx 4.966310 \text{ V}$$

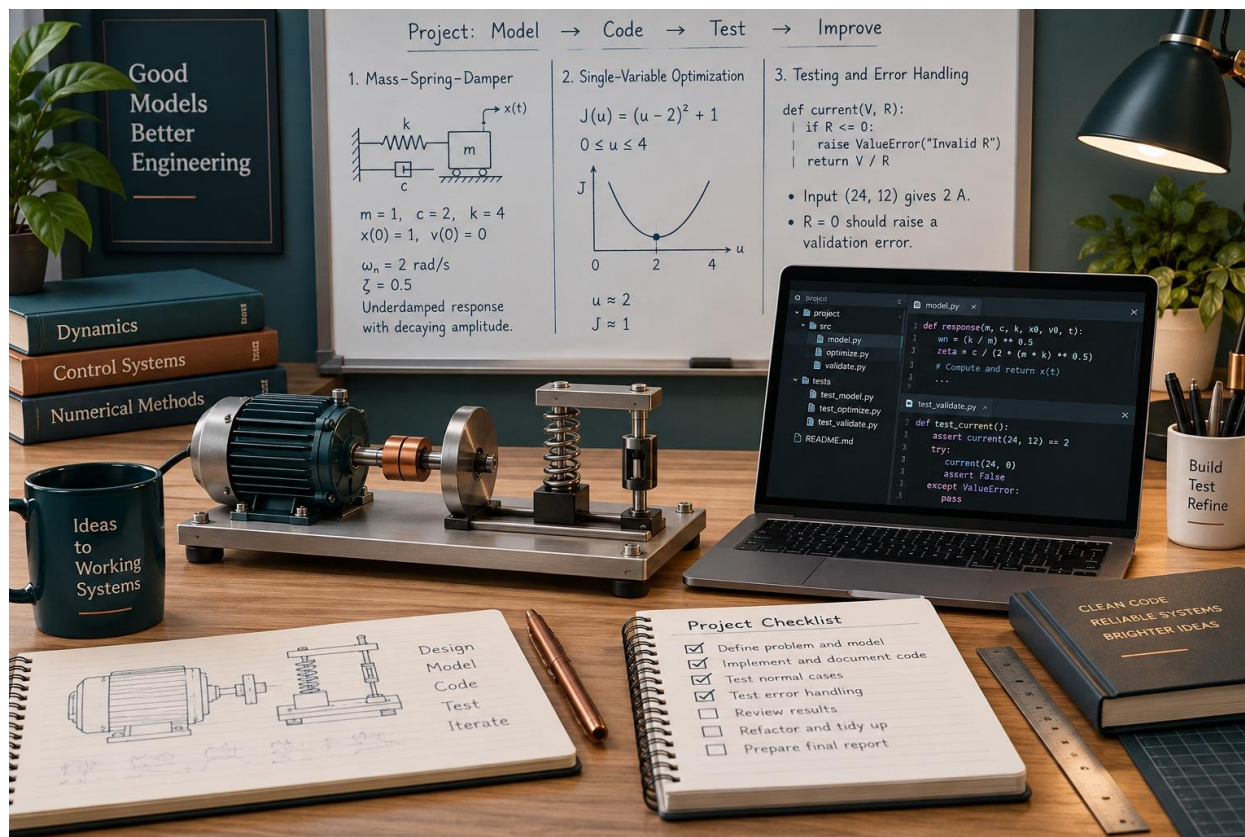
اختلاف عددی را با خروجی واقعی حل‌کننده ثبت کنید.

ode45 گام زمانی را تطبیقی انتخاب می‌کند. مقدار دقیق خطا به نسخه و تنظیمات عددی وابسته است؛ این اسلاید عدد اندازه‌گیری نشده برای آن اعلام نمی‌کند.

پروژه و کیفیت کد

فصل 6

مدل، مثال و پاسخ تشریحی



تصویر مفهومی آموزشی

عیب‌یابی با breakpoint

نقطه توقف را پیش از دستور مشکوک قرار دهید.
مقدار، class و size متغیرها را در همان لحظه بررسی کنید.
یک بازتولید کوچک از خطا بسازید و پس از اصلاح، آزمون‌نی اضافه کنید که همان خطا را آشکار کند.

شیء‌گرایی و رابط گرافیکی

`classdef` برای داده و رفتار مرتبط در یک کلاس به کار می‌رود. App Designer برای طراحی رابط و `callback`ها مناسب است. برای این مسیرهای پیشرفته، ابتدا محاسبه را در تابع مستقل و قابل آزمون نگه دارید و سپس آن را به رابط یا کلاس متصل کنید.

پروژه نهایی دوره

پروژه برق: تحلیل داده جریان موتور، RMS و طیف، همراه گزارش واحدها.
پروژه مکانیک: پاسخ جرم و فنر، تغییر میرایی و مقایسه با مرجع تحلیلی.
پاسخ نمونه: ترکیب مثال‌های RMS و FFT، یا مدل مکانیکی با $\zeta=0.5$ تحویل شامل کد، نمودار و معیار آزمون است.

بردارسازی و کارایی

برای عملیات مستقل روی اعضای آرایه، نوشتن رابطه عضو به عضو معمولاً خواناتر است. برای خروجی حلقه از پیش حافظه اختصاص دهید. کارایی را روی اندازه داده مرتبط با کاربرد و با `timeit` اندازه بگیرید؛ کوتاه‌تر شدن کد به‌تنهایی اثبات سرعت بیشتر نیست.

جرم، فنر و میرایی

برای $m=1$ ، $c=2$ و $k=4$ ، پاسخ آزاد از $x(0)=1$ و $v(0)=0$ را حل کنید.

```
m = 1; c = 2; k = 4;
rhs = @(t,z) [z(2);(-c*z(2)-k*z(1))/m];
[t,z] = ode45(rhs,[0 5],[1;0]);
plot(t,z(:,1),'LineWidth',1.5); grid on;
xlabel('Time (s)'); ylabel('Displacement (m)');
wn = sqrt(k/m); zeta = c/(2*sqrt(k*m));
disp([wn zeta]);
```

پاسخ جرم، فنر و میرایی

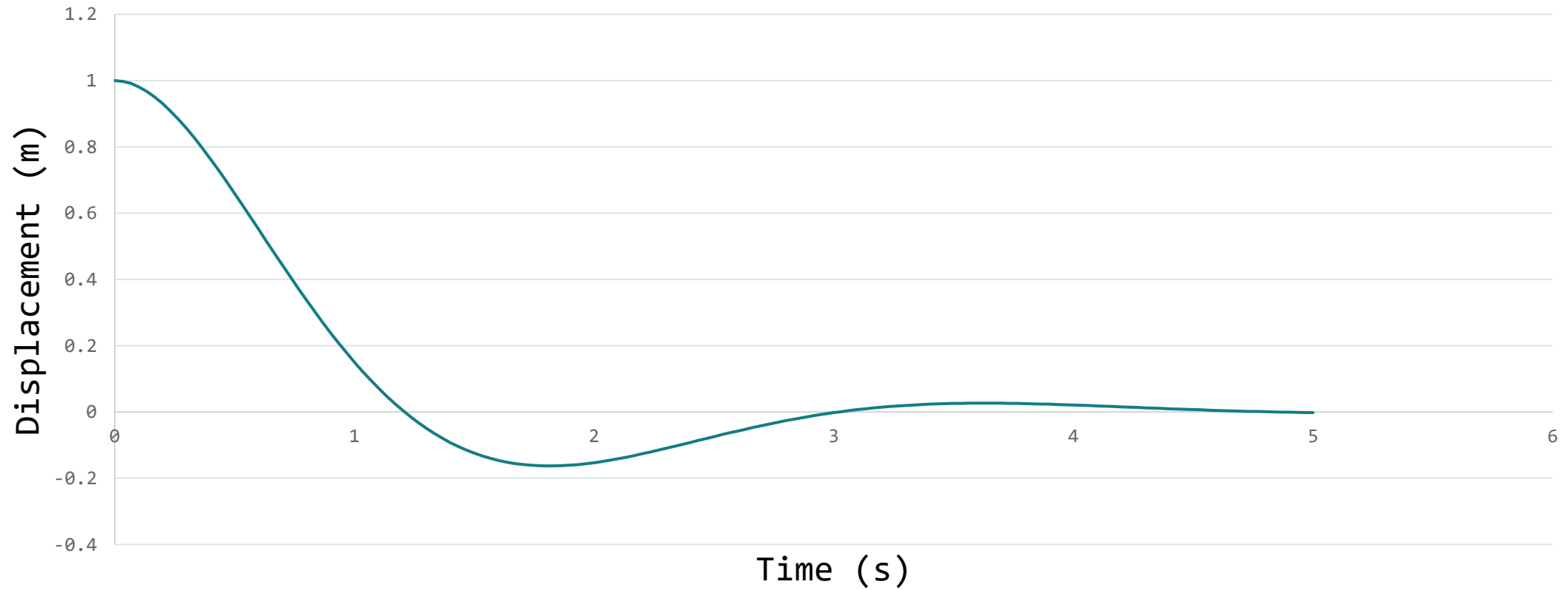
$$\omega_n = 2 \text{ rad/s}$$

$$\zeta = 0.5$$

پاسخ کم میرایی با دامنه کاهشی

دو حالت، مکان و سرعت اند. واحدهای جرم، میرایی و سختی به ترتیب kg، N.s/m و N/m هستند.

پاسخ تحلیلی مرجع



این نمودار از رابطه تحلیلی مثال ساخته شده است.

بهینه‌سازی تک‌متغیره

پارامتر u را در بازه صفر تا چهار طوری انتخاب کنید که $(u-2)^2+1$ کمینه شود.

```
cost = @(u) (u-2).^2+1;  
[u,J] = fminbnd(cost,0,4);  
disp([u J]);  
assert(abs(u-2) < 1e-4);
```

پاسخ بهینه‌سازی تک‌متغیره

$$u \approx 2$$

$$J \approx 1$$

این مثال مرجع تحلیلی ساده دارد. در مسئله طراحی واقعی باید حدود پارامتر و واحد تابع هزینه مشخص شوند.

آزمون و مدیریت خطا

ورودی نامعتبر مقاومت را رد کنید و برای ورودی معتبر، جریان را آزمون کنید.

```
% Save as safe_current.m
function i = safe_current(V,R)
    validateattributes(R,{'numeric'}, ...
        {'scalar','real','finite','positive'});
    i = V/R;
end
% Test valid input:
% assert(safe_current(24,12) == 2)
% safe_current(24,0) must raise an error.
```

پاسخ آزمون و مدیریت خطا

ورودی (24,12) جریان ۲ آمپر می‌دهد.
 $R=0$ باید خطای اعتبارسنجی ایجاد کند.

آزمون فقط ورودی معمولی را پوشش نمی‌دهد. صفر، مقدار منفی و NaN هم باید مطابق قرارداد تابع بررسی شوند.

منابع و مستندات رسمی

mathworks.com/help/matlab/ref/angle.html

mathworks.com/help/matlab/ref/assert.html

mathworks.com/help/matlab/ref/colon.html

mathworks.com/help/matlab/ref/double.mldivide.html

mathworks.com/help/matlab/ref/double.power.html

mathworks.com/help/matlab/ref/double.rdivide.html

mathworks.com/help/matlab/ref/fft.html

منابع و مستندات رسمی

mathworks.com/help/matlab/ref/fminbnd.html

mathworks.com/help/matlab/ref/fprintf.html

mathworks.com/help/matlab/ref/fzero.html

mathworks.com/help/matlab/ref/if.html

mathworks.com/help/matlab/ref/integral.html

mathworks.com/help/matlab/ref/interp1.html

mathworks.com/help/matlab/ref/ode45.html

منابع و مستندات رسمی

mathworks.com/help/matlab/ref/plot.html

mathworks.com/help/matlab/ref/polyfit.html

mathworks.com/help/matlab/ref/readtable.html

mathworks.com/help/matlab/ref/struct.html

mathworks.com/help/matlab/ref/validateattributes.html

mathworks.com/help/matlab/ref/while.html

mathworks.com/help/matlab/ref/zeros.html